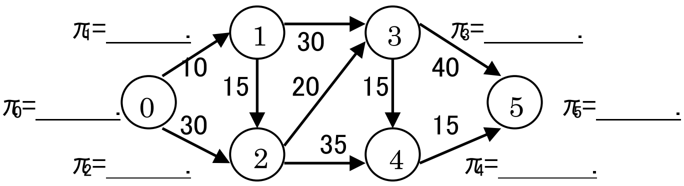
基礎 OR／OR 演習　第 5 回　演習課題

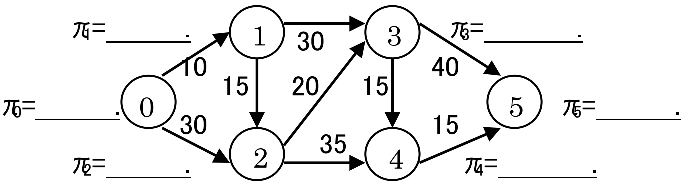
学籍番号＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿**氏名**＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

課題 5.1　(1)以下の Dijkstra 法のアルゴリズムに従って、最短路を求めよ。なお、π_i（現在の反復までに求められた点 i への最短距離）は空欄に記入し、p_i（現在の反復までに求められた点 i への最短路の直前点）はネットワークの辺に記入せよ。

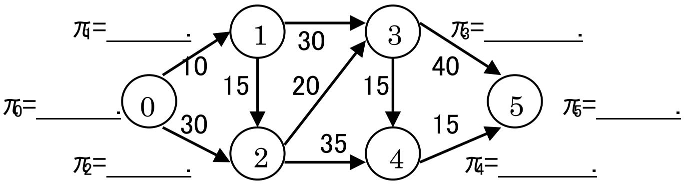
- ステップ 1 ： $\pi_0=0$, $\pi_j=\infty$　($j \in V-\{0\}$), $M=\{1,2,...,n\}$,　$i=0$
- ステップ 2 ： $M\neq\varphi$（空集合）でない場合(i)(ii)(iii)を繰り返す
  (i) $j\in M$ に到達する直前点を可能なら仮に i とする。 $j\in M$ に対し $\pi_j>\pi_i+c_{ij}$ ならば $\pi_j=\pi_i+c_{ij}$, $p_j=i$
  (ii) $j\in M$ への暫定的最短距離から最小の　$\min_{j\in M}\pi_j=\pi_k$ となる k を求める。
  (iii) k を M から除く、$i=k$ とする(k からの探索を行う)。



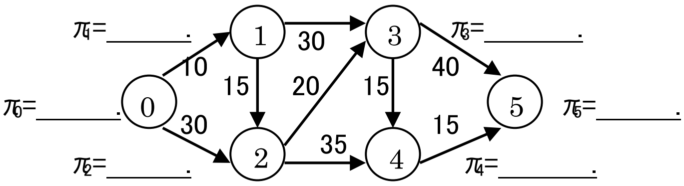
ステップ 1：
M=\{＿＿＿＿＿＿＿＿\}
点＿＿＿＿のみ最短路確定
次の操作を i=＿＿＿ より開始



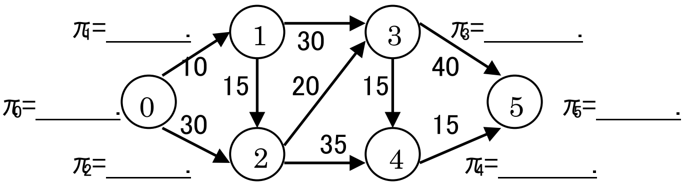
ステップ 2：
点＿＿＿＿の最短路確定
次の操作を i=＿＿＿ より開始
M=\{＿＿＿＿＿＿\}



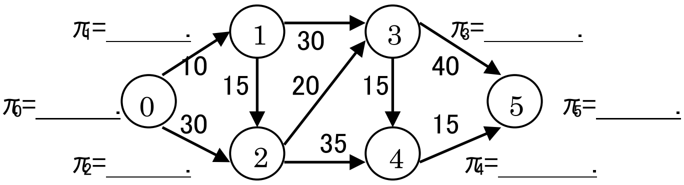
ステップ 2：
点＿＿＿＿の最短路確定
次の操作を i=＿＿＿ より開始
M=\{＿＿＿＿＿＿\}



ステップ 2：
点＿＿＿＿の最短路確定
次の操作を i=＿＿＿ より開始
M=\{＿＿＿＿＿＿\}



ステップ 2：
点＿＿＿＿の最短路確定
次の操作を i=＿＿＿ より開始
M=\{＿＿＿＿＿＿\}



ステップ 2：
点＿＿＿＿＿の最短路確定
M=＿＿＿＿＿

(2)課題 5.1　(1)の最短路問題を線形計画問題として定式化せよ。また、この問題の双対問題を示せ。さらに最適解において、相補スラック条件が成立することを示せ。

演習課題5.2

- 工場4か所から倉庫3か所への輸送を考える
- 輸送コストc_{ij} $(i=1,\dots,m\ ,j=1,\dots,n)$, 供給可能量$S_i(i=1,\dots,m)$, 需要量 $D_j(j=1,\dots,n)$

工場＼倉庫	倉庫1	倉庫2	倉庫3	供給量
工場1	5	5	3	20
工場2	9	4	10	10
工場3	3	8	6	15
工場4	2	5	1	5
需要量	20	20	10	

min $z=5x11+5x12+3x13+9x21+4x22+10x23+3x31+8x32+6x33+2x41+5x42+x43$

制約(1-1) $x11+x12+x13=20$

制約(1-2) $x21+x22+x23=10$

制約(1-3) $x31+x32+x33=15$

制約(1-4) $x41+x42+x43=5$

制約(2-1) $x11+x21+x31+x41=20$

制約(2-2) $x12+x22+x32+x42=20$

制約(2-3) $x13+x23+x33+x43=10$

$x11, x12, x13, x21, x22, x23, x31, x32, x33, x41, x4, x43 \geqq 0$

基底形式に変換

目的関数から$x11, x12, x13, x22, x31, x43$を消去

制約(2-1)を削除

制約(2-3)から制約(1-4)を引き、(2-3')とする。

制約(2-2)から制約(1-2)を引き、(2-2')とする。

制約(1-1)から制約(2-2')と(2-3')を引き、(1-1')とする。

定式化

目的関数 min

制約(1-1')

制約(1-2)

制約(1-3)

制約(1-4)

制約(2-2')

制約(2-3')

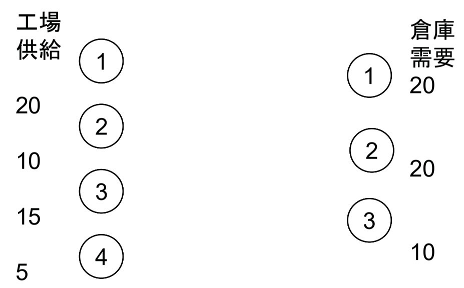
$x11, x12, x13, x21, x22, x23, x31, x32, x33, x41, x42, x43 \geqq 0$

残り$m+n-1=4+3-1=6$本の等式制約のみを考える

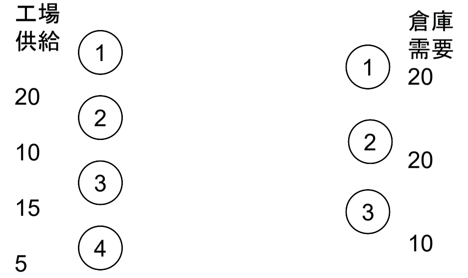
実行可能解設定（ハウザッカー法）

工場＼倉庫	倉庫1	倉庫2	倉庫3	供給量(未達成量)
工場1	5	5	3	20
工場2	9	4	10	10
工場3	3	8	6	15
工場4	2	5	1	5
需要量(未達成量)	20	20	10	

飛び石法による解の改善:1

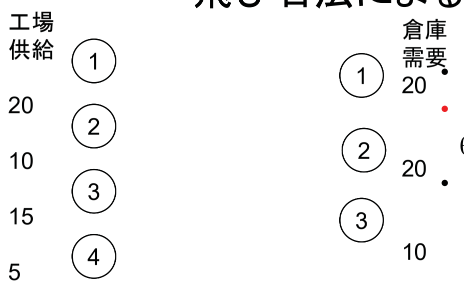


- ハウザッカー法で得られた解を改善
- 輸送量が0の経路



- 輸送量は増加可能か？
- 輸送量正の枝の数は $m+n-1$本
- 輸送量が0の枝を1つ選ぶと、輸送量が正の枝と閉路をなす
- 閉路(ループ)：ある点から同じ点に戻る輸送経路

飛び石法による解の改善:2



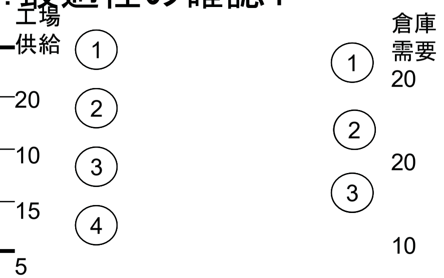
- 輸送量が0の枝に輸送量θ≧0を追加
- θループ: 閉路上では
  θ追加ーθ減少の枝が交互に
- 費用の変動

工場＼倉庫	倉庫1	倉庫2	倉庫3
工場1	5	5	3
工場2	9	4	10
工場3	3	8	6
工場4	2	5	1

- 追加輸送量θ≧0は
  ______≧0
  ______≧0
  を満たす最大のθ
- 輸送量θ=____を追加または減少
- 輸送費は　減少
  (　　⇒　　)

飛び石法による解:最適性の確認1

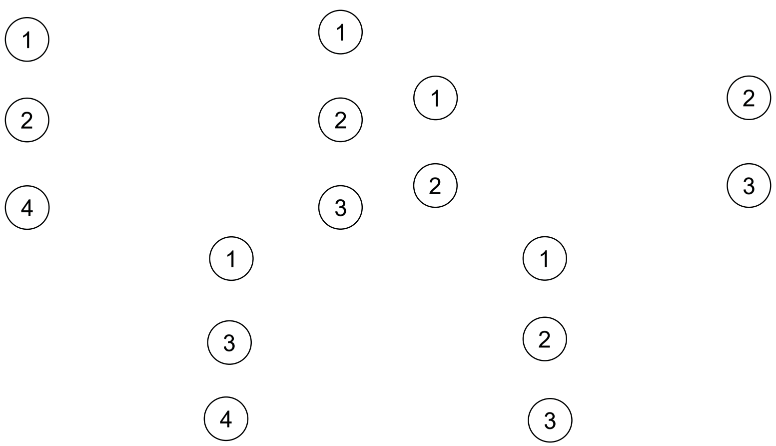
工場＼倉庫	倉庫1	倉庫2	倉庫3
工場1	5	5	3
工場2	9	4	10
工場3	3	8	6
工場4	2	5	1



- 輸送量が正である枝は5本なので、閉路をなさない輸送量0の枝(4,3)を追加して、枝(4,3)を輸送量が正の枝とみなす
- θループ:費用の改善度を計算⇒改善できない場合(最適解が得られた)
- 輸送量が0である残りの12−6本の枝に輸送量θを追加できるかチェック
- (1)経路11をθ増加

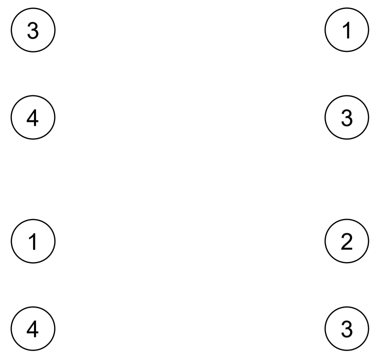
飛び石法による解:最適性の確認2

- (2)経路21をθ増加
- (3)経路23をθ増加
- (4)経路32をθ増加



飛び石法による解:最適性の確認3

- θループ:費用の改善度を計算⇒改善できない場合(最適解が得られた)
- (5)経路33をθ増加:
- (6)経路42をθ増加:



単体法と飛び石法

基底	値	z	x11	x12	x13	x21	x22	x23	x31	x32	x33	x41	x42	x43	θ
目的															
x11															
x22															
x31															
x43															
x12															
x13															

基底	値	z	x11	x12	x13	x21	x22	x23	x31	x32	x33	x41	x42	x43	θ
目的															
x41															
x22															
x31															
x43															
x12															
x13															